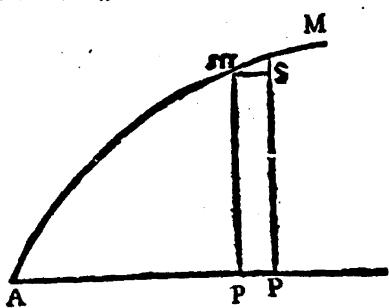


gen. Rute hält 12. Schuhe, so hält eine Quadrat-Rute 144. Quadrat-Schuhe. Auf solche Art hat man nun das Flächen-Maß durch Quadrate formulirt, durch deren Adplication auf andere Flächen man deren Größe erforschet. Dieses geschiehet nun hauptsächlich vermöge des Principii Reductionis, da man die Flächen auf Quadrate oder Rectangula, welche sich eben so leicht als jene ausmessen lassen, reduciret, das ist, ihre Verhältniss gegen Rectangula oder Quadrate, so mit ihnen gewisse Conditiones haben, bestimmet. Es wird aber ein Rectangulum eben so wie ein Quadrat ausgemessen, außer, daß man bey jenem die kleinere Seite in die grösse multipliziret, gleich wie man bey dem Quadrat auch die eine Seite in die andere, oder da sie beyde in diesem Falle von einerley Länge sind, die Seite des Quadrats in sich selbst multiplicirte. Es sey die längere Seite des Rectanguli 24 Zoll, die kleinere 13. Zoll, se kommen 3, 12. Quadrat-Zolle oder 3. Quadrat-Schuhe und 12. Quadrat-Zolle vor dessen Fläche heraus. Ein iedes Parallelogramm ist einem Rectangulo an Fläche gleich, welches mit jenem einerley Grund-Linien und Höhe hat; dahero reduciret man das Parallelogramm auf ein Rectangulum, und berechnet dessen Fläche, wenn man seine Höhe in die Grund-Linie multiplicirte. Ein ieder Triangel ist die Helfsse eines Parallelogrammi, so mit jenem gleiche Grund-Linie und Höhe hat; dero wegen wird auch dieses ausgerechnet, wenn man die Höhe in die Basis multiplicirte, das ganze Produkt aber halbiert, oder welches einerley ist, wenn man die halbe Höhe in die ganze Basis, oder die halbe Basis in die ganze Höhe multiplicirte. Eine rechte Fläche, die in gerade Linien eingeschlossen ist, lässt sich durch Diagonal-Linien in lauter Triangels resoluirten, da man nun diese auszurechnen vermögend, so darf man nur den Inhalt eines ieden Triangels, der in der Figur enthalten, ins besondere ausfundig machen, hernachmals die Flächen dieser Triangels alle zusammen addiren, so bekommt man die Größe der vorgegebenen Fläche. Aus allen diesen kan man ersehen, wie schön sich das Principium Reductionis bey Ausrechnung derer gerad-sligsten Figuren anbringen lasse. Eben dieses lässt sich auch auf Flächen, die in kurvum Linien eingeschlossen sind, das ist, auf kurvum-linigte Figuren, adpliciren. Denn da man die Natur derer kurvum Linien durch die Verhältnisse derer Abscissen zu denen Ordinaten zu erklären pfieget, und solche uns dadurch bekannt macht, die Abscissen und Ordinaten aber zugleich die Fläche, so zwischen ihnen und der kurvum Linie enthalten ist, bestimmen, so kan man durch dieser ihre Condition zu der Größe erwähnter Fläche selbst gelangen.



Es sey A M m eine kurvum Linie auf welche die Abscissen A p, A S genommen werden, denen die Ordinaten p m, P M respondiren, und man wolle den Raum

A M P, so zwischen der Abscisse A P, Ordinate P M und dem Stück der kurvum Linie A M enthalten ist, quadriren; so wird man befinden, daß sich dieses werde bewerkstelligen lassen, wenn man diese Fläche A M P in Gedanken in lauter kleine Trapezia P p m M resoluiet, welche zu ihrer Basis P p das Element der Abscisse, zur Höhe aber die respondirende Ordinate p m haben: denn dadurch geschiehet, daß, weil die Ordinaten p m, P M, wegen des Elements P p einander unendlich nahe liegen, die Ordinaten p m, P M um eto was unmerklich kleines M S, von einander unterscheiden sind, folglich, daß man ohne Irrthum annehmen könne, der Triangel M m S sei in Ansicht des Rectanguli P p m S vor nichts zu achten, und folglich erwähndetes Trapezium so groß als das Rectangulum P p m S, aus der Ordinate in das Element der Abscisse. Es sey die Ordinate p m = y, die Abscisse = x, so ist dieser ihr Element = dx = P p, und folglich P p m S = P p x p m = y dx. Nun ist die Fläche A M P so groß als alle die kleinen Trapezia zusammen genommen, darin wir sie resoluirte haben; die Trapezia aber differirten um nichts von denen ihne respondirenden Rectangulis; dero wegen werden auch alle die kleinen Rectangula zusammen genommen, der Fläche A M P gleich seyn. Nun repräsentirt y eine iedwede Ordinate; x, eine iedwede Abscisse und dx ein iedwedes Element derselbigen; dero wegen wird y dx auch ein iedwedes solches kleinen Rectangulum vorstellig machen, und die Fläche A M P wird so groß seyn als diese y dx zusammen genommen, oder so groß als die Summe aller y dx. Es kommt demnach die Erfindung der Fläche, so von einer kurvum Linie eingeschlossen wird, das ist, die Quadratur der kurvum Linie, Quadratura Curuae, auf die Summation dieser y dx an, welche die Integral-Rechnung des Hrn. von Leibniz lebet. Nemlich, wen man eine vorgegebene kurvum Linie quadrirten will, so muß man aus der Gleichung vor dieselbige den Werth von y, durch die Abscissen und beständigen Größen suchen, solchen an statt y in der Expression des Rectanguli y dx substituiren, hernachmals solche summiren oder integriren, so bekommt man den Inhalt vor die Fläche A M P der kurvum Linie, die zwischen einer ieden Ordinate P M, Abscisse A P und der Curuatur A M eingeschlossen ist. Z. B. Es sey A M eine Parabola Apolloniana, deren Gleichung $a x = y^2$ ist, allwo y die Ordinate P M, x die Abscisse A P, und a den Parametrum bedeutet; so ist $y = \sqrt{ax} = V a x = V x = a^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}}$, und daher $y dx = a^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} dx$, dero wegen ist integrando die Summe von $x dx$ oder die Fläche AMP = $\frac{1}{3} a^{\frac{1}{2}} x^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3} V a x^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3} x V a x$, (und weil $V a x = y$) = $\frac{1}{3} x y$, oder so groß als $\frac{1}{3}$ des Rectanguli aus A P in P M. Wie dergleichen Integration zu verrichten, zeigt der Titel: Calculus integralis. Tom. V. p. 199. Gleichwie man aber nicht jede Differential-Größe genau integriren kan, so geschiehet es auch sehr oftte, ja in denen meisten Fällen, daß die Quadratur einer Curuae nicht genau kan gegeben werden, sondern man ist theils zu sieden solche per series infinitas zu geben, theils auch nur die zu quadrirrende Curva auf ihre quadraticem zu reducire, von welcher letztern Art Leibnitius in Actis Erud. an. 1684. p. 233. eine allgemeine Solution gegeben. Was die Abmessung derer kurvum Flächen anlangt, so reducirt man solche ebenfalls auf ebene Flä-