vierdte D, &c. nennet, so kommt folgende Formul heraus

$$\overline{P+PQ}^{m} = P^{m} + \frac{m}{1}AQ + \frac{m-1}{2}BQ + \frac{m-2}{3}CQ + \frac{m-3}{4}DQ \text{ \&c.}$$

und dieses ist die Æquation des Newtons, so er l. c. gegeben. Durch diese Formul lassen sich nun die radices gar leicht zu einer jedweden Dignität erheben. Z. E. es sey $P = 1$, $PQ = 3$, $m = 3$ und folglich $Q = 3$, so ist

$$\overline{P+PQ}^{m} = \overline{1+3}^{3}.$$

Es ist demnach

$$P^{m} = 1^{3} = 1 = A$$

$$\frac{m}{1}AQ = \frac{3}{1}.1.3 = 9 = B$$

$$\frac{m-1}{2}BQ = \frac{3-1}{2}.9.3 = \frac{2}{2}.27 = 27 = C$$

$$\frac{m-2}{3}CQ = \frac{3-2}{3}.27.3 = 27 = D$$

$$\frac{m-3}{4}DQ = \frac{3-3}{4}.27.3 = \frac{0}{4}.27.3 = 0$$

und also hat die Series hier ihr Ende. Derowegen ist

$$\overline{1+3}^{3} = 1 + 9 + 27 + 27 = 64$$

welches allerdings die dritte Dignitæt von der 4 ist, indem $\overline{1+3}^{3}$ so viel ist als 4^3. Es dienet aber nicht nur diese Formul eine jede radicem binomiam zu einer jedwede Dignit. zu erhebē, sondern man kan auch vermittelst derselbigē aus einer jedē gegebenē Dignitæt die binomische Wurtzel finden. Denn da z. E. $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$, u. der Exponens v. der 2 ein Bruch ist, dessen denominator anzeiget, was es vor eine Wurtzel sey, ob es die Quadratica, cubica, oder biqvadratica &c. sey, so darff man nur in der generalen Formul an statt des exponenten m, gleichfalls einen solchē Bruch setzen, der den Namē der Wurtzel bekannt macht. Z. E. Man verlanget aus einer gegebenen Zahl die Quadrat-Wurtzel, so setzet man $m = \frac{1}{2}$; begehret man aber die Cubic-Wurtzel, so wird $m = \frac{1}{3}$ und so ferner gesetzet. Es ist zwar diese Formul eigentlich nur vor die binomischen Wurtzeln ausgedacht, allein sie giebt Gelegenheit an die Hand, durch ihr generale Formul vor die trinomischen &c. ja polynomischen Wurtzeln zu finden, wie solches mit mehrern *Wolff* in Elem. Analys. fin. §. 101. Edit. nov. zeiget. Die Formul vor die binomischen Wurtzeln ist per inductionem gefunden, indem man einen gewissen legem der Progression in specialen Exempeln wahrgenommen, und daraus geschlossen, daß es in denen übrigen Exempeln sich gleichfalls so befinde. Ob nun gleich eine demonstration per inductionem eigentlich keinen Platz unter denen Mathematischen Demonstrationen verdienet, so sind doch hier die inductiones dergestalt beschaffen, daß man gar leicht erkennē kan, daß sie mit einer Nothwendigkeit verknüpffet sind. *Jo. Frid. Wendleri* Diss. de Vsu Inductionis in Arte Analytica p. 21. seqq. *Wolff.* l. c. §. 95. trägt seine Demonstration gleichfalls per inductionem vor, allein *Hansen* Elem. Arithmet. prop. 24. leitet diesen Lehr-Satz per demonstrationes directas aus der Natur derer figurirten Zahlen und der geometrischen Progressionen her. Es hat derselbige seinen grossen Nutzen in der gantzen Analysi, besonders in der Integral-Rechnung, die æquationes transcendentes per Series auszudrücken.

Binomische Wurtzel wird diejenige genennet, welche aus zwey Gliedern zusammen gesetzet ist. Also heisset $a + b$ die binomische Wurtzel in Ansehung einer Dignitæt von dieser Grösse, z. E. der dritten $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$. Wie man die binomischen Wurtzeln aus einer gegebenen Grösse vermittelst des binomischen Lehrsatzes ausziehen soll, ist unter dem Titel: Binomiale Theorema ausgeführet worden.

Binomium wird überhaupt eine jede Grösse genennet, in so ferne sie aus zweyen andern durch addition oder subtraction ist zusammen gesetzet worden. Also sind $\overline{a+b}$, $\overline{a-b}$, in so ferne sie in der Composition betrachtet werden, binomia. Diese brauchet man nun sonderlich bey Erfindung derer Gesetze, nach welchen sich die Potentzen derer binomiorum richten. Z. E. wenn $\overline{a+b}$ multipliciret wird in $\overline{a+b}$, das ist, wenn $\overline{a+b}$ zur andern Dignität erhoben wird; so kommt $a^2 + 2ab + b^2$ heraus, welches alsobald die Art und Weise zeiget, wie aus einer Quadrat-Zahl die Quadrat-Wurtzel zu finden; wie solches in der gemeinen Arithmetic gewiesen wird. Durch die Fortsetzung dieser Betrachtung derer Dignitäten eines binomii hat man den binomischen Lehr-Satz erfunden; wovon ein mehreres unter dem Titel: binomiale theorema ist gesagt worden. *Euclides* Element. X. braucht das Wort binomium in einen besondern Verstande, und verstehet dadurch eine Grösse, die aus zwey Theilen bestehet, welche mit dem signo positivo, +, zusammen gehangen werden; und erfordert er hierzu, daß entweder beyde, oder wenigstens einer von diesen Theilen irrational ist: dergleichen binomium ist $2 + \sqrt{3}$. Man erkennet hieraus, daß die binomia von denen Apotomis nur darinne unterschieden sind, daß diese mit dem Zeichen — jene mit dem Zeichen + zusammen gehangen sind, das ist, ein Apotome entstehet durch den Zusamenhang der Theile durch die Subtraction, ein binomium aber durch die Addition derselbigen. *Euclides* l. c. hat verschiedene Eintheilungen derer binomiorum, u. nennet binomium primum dasjenige, davon der gröste Theil eine rational-Zahl, der kleine aber eine irrational-Zahl ist, jedoch v. der Beschaffenheit, daß der Unterscheid ihrer quadrate ein quadrat ist. Also ist z. E. $8 + \sqrt{15}$ ein binomium primum, indem der Unterscheid 49, ihrer quadrate 64 und 15, ein vollkommen quadrat ist, dessen Wurtzel 7. Binomium secundum ist bey dem *Euclide* dasjenige, darinne das kleinste Glied eine rational-Zahl ist, die Quadrat-Wurtzel aber von dem Unterscheid derer quadrate beyder Glieder zu dem grösten Gliede eine Verhältniß hat, die sich mit gantzen rational-Zahlen ausdrücken lässet. Dergleichen ist $10 + \sqrt{180}$: denn ihrer Quadrate 100 und 180 Unterscheid ist 80, die Wurtzel aber hiervon, nemlich $\sqrt{80}$ verhält sich zu dem grössern Gliede $\sqrt{180}$ wie 2 : 3, indem $\sqrt{80} = 2\sqrt{20}$ und $\sqrt{180} = 3\sqrt{20}$. Binomium tertium ist, davon beyde Glieder irrational-Zahlen sind, und davon die Quadrat-Wurtzel des Unterschiedes ihrer Quadrate zu dem ersten Gliede eine Verhältniß hat, die man in gantzen rational-Zahlen geben kan. Ein binomium tertium ist $\sqrt{10} + \sqrt{18}$; denn der Unterscheid derer Quadrate dieser beyden Zahlen, 10 und 18, ist 8 und die Quadrat-Wurtzel davon

von